

---

*Anton Glavinić<sup>1</sup>*

UDK 330.4

336.14

## MATEMATIČKI MODELI ZA ANALIZU OPTIMALNOG POSLOVANJA PODUZEĆA (TVRTKE)

### Sažetak

Poslovanje i razvitak suvremenog poduzeća (tvrtke) odvija se jednako u uvjetima globalizacije svjetskog tržišta i utjecajima visoke tehnologije. Tada se problemi poslovanja u tako složenim odnosima rješavaju primjenjujući analitičke (kvantitativne) metode i modele. Tako se njihovom širom uporabom omogućava mjerenje i funkcionalno povezivanje složenih međuodnosa i veza u poslovanju.

Naročito je značenje uporabe matematičkih metoda i modela više prepoznatljivo kroz istovremeno sagledavanje i povezivanjem njihovih složenijih međuodnosa i veza. Osobito se one jednako iskazuju i kroz faze programiranja (projektiranja) poslovanja. Stoga se njima u potpunosti omogućava uspostavljanje funkcionalnih odnosa i veza između čimbenika poslovanja kao i njihova poželjna izbora. Njihova funkcionalna povezanost i usklađenost kroz više dimenzija (u vremenu i šireg okružja) pridonose ravnoteži poslovanja i većoj učinkovitosti u procesima odlučivanja. Tada se i tehnologiju upravljanja dovodi u područje veće djelotvornosti i dovoljne racionalnosti.

Promjene koje se zbivaju u poslovanju poduzeća odigravaju se jednako ubrzano i vrlo često. Pri tome one mogu dublje djelovati u djelokrug

<sup>1</sup> Dr., sc., Anton Glavinić

međudnosa procesa u poslovanju te narušavati njihovu ravnotežu. Naročito mogu uzrokovati veće ili manje otklone od optimalnog stanja i kretanja u poslovanju. Stoga je potrebno kvantitativno utvrditi i povezati optimalne međudnose procesa u poslovanju da bi se postigla njihova ravnoteža i s njom maksimalna dobit. Za potpuno ostvarivanje tih dosega rabe se suvremene matematičke metode i modeli.

U ovom se radu prikazuje jedna takva matematička metoda. Ta se metoda temelji na primjeni statičkih momenata i koordinata težišta u pravokutnim koordinatama. Tada se koristi i druga metoda za izračun optimalnih veličina poslovanja. Ona se zasniva na analizi maksimalne dobiti preko cijene.

## Uvod

Poslovanje i razvitak suvremenog poduzeća (tvrtke) u uvjetima globalizacije svjetskog tržišta, s jedne strane, i ubrzani napredak informacijske i komunikacijske tehnologije i njihove sve veće primjene, s druge strane, odvija se jednako otežano i sve složenije. Stoga se u tako složenom poslovanju javljaju učestale potrebe za iskazivanjem i izborom optimalnih te važnih poslovnih odluka. Posebice je u takvim odnosima važna izgradnja i uporaba prikladnije – svrsishodnije tehnologije u procesima poslovnog odlučivanja. Tada i upravljanje poslovanjem poduzeća postiže svoju veću djelotvornost. Potpuno i djelotvorno upravljanje poduzećem (tvrtkom) u tržišnom nadmetanju (u tako otežanim uvjetima) postiže se izgradnjom i uporabom kvantitativnih, a posebice matematičkih metoda i modela. Te matematičke metode i modeli omogućavaju šira sagledavanja i potpunija mjerenja složenijih međudnosa i veza između pojedinih čimbenika poslovanja kao i njihova funkcionalna povezivanja. Posebice je njihova veća prepoznatljivost i korist kroz faze kompleksnoga programiranja (projektiranja) poslovanja.

U uvjetima postojanja potpune mogućnosti brojnih kombinacija pojedinih čimbenika poslovanja, kako unutar procesa proizvodnje tako i u sferi tržišta (ponude i potražnje), nameće se potreba za utvrđivanje i izbor optimalnih varijanti u poslovanju (utvrđivanje optimalnog kapaciteta dobiti, cijena i dr.). Pri tome je najvažnije izabrati prikladnu i najpovoljniju varijantu iz skupa danih alternativa.

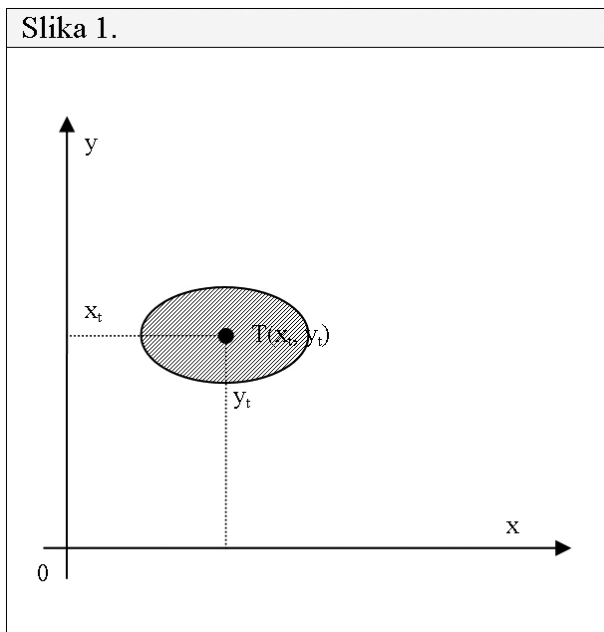
To je moguće koristeći se suvremenima matematičkim metodama i modelima.

U ovome se radu prikazuje jedna takva proračunska matematička metoda. Ta se metoda temelji na primjeni statičkih momenata i koordinata težišta u pravokutnim koordinatama. Druga metoda za utvrđivanje optimalnih veličina poslovanja zasniva se na analizi maksimalne dobiti preko cijene.

Opći pristup metodi računanja statičkih momenata i koordinata težišta u pravokutnim koordinatama

### Ravni likovi u pravokutnim koordinatama

Pod statičkim momentima nekoga ravnog lika s obzirom na neku os razumijeva se umnožak površine tog lika i udaljenosti težišta tog lika od dotične osi.<sup>2</sup> Ako se sa  $M_x$  označi statički moment lika s obzirom na os  $X$ , površina lika sa  $C$ , a sa  $y_t$  udaljenost težišta  $T$  lika od osi  $X$ , (vidi sliku 1.),



Izvor: Boris Apsen (1971), *Repetitorij više matematike*, II. dio, Tehnička knjiga, Zagreb, str. 195.

2 Boris Apsen (1971), *Repetitorij više matematike*, II. dio, Tehnička knjiga, Zagreb, str. 195.

onda je:

$$(1) \quad M_x = C \cdot y_t$$

statički moment s obzirom na os Y je

$$(2) \quad M_y = C \cdot x_t$$

gdje je  $x_t$  apscisa težišta T.

Ako koordinate težišta lika i njegova površina nisu poznati,<sup>3</sup> statički momenti  $M_x$  i  $M_y$  računaju se za elemente  $dC$  površine lika<sup>4</sup>, a integracija je protegnuta preko čitave površine C lika.

Tada se statički momenti računaju:

$$(3) \quad M_x = \int_C y dC$$

$$(4) \quad M_y = \int_C x dC.$$

Tu su  $x$  i  $y$  koordinate elemenata  $dC$  lika.<sup>5</sup>

Krivulje u ravnini u pravokutnim koordinatama

Za izračun statičkih momenata krivulja u ravnini i koordinata težišta polazi se od izraza za kvadrat diferencijala luka<sup>6</sup>. Duljinu  $c$  luka krivulje  $y = f(x)$  (vidi sliku 2.) izvodi se iz relacije za kvadrat diferencijala luka. Izraz za kvadrat diferencijala luka jest

$$(5) \quad dc^2 = dx^2 + dy^2$$

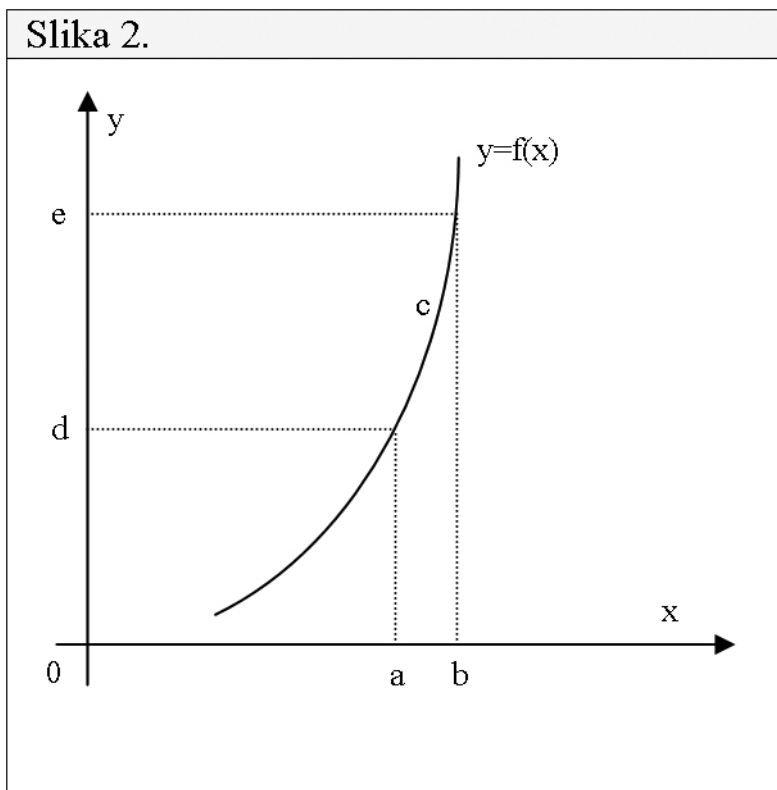
3 Boris Apsen (1971), *Repetitorij više matematike*, II. dio, Tehnička knjiga, Zagreb, str. 196.

4 Ibidem, str. 196.

5 Boris Apsen (1969), *Riješeni zadaci više matematike uz drugi dio repetitorija*, Tehnička knjiga, Zagreb, str. 186.

6 Boris Apsen (1971), *Repetitorij više matematike*, II. dio, Tehnička knjiga, Zagreb, str. 14.

Slika 2.



Izvor: samostalni rad

Ako se jednakost (5) podijeli s  $dx^2$ ,  
dobiva se

$$(6) \quad \left(\frac{dc}{dx}\right)^2 = 1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 .$$

Kako je

$$\frac{dy}{dx} = y'(x) ,$$

onda je

$$(7) \quad dc = \sqrt{1 + y'^2(x)} dx .$$

Ako se izraz (7) integrira, dobiva se tražena duljina  $c$  luka krivulje,

gdje je

$$(8) \quad c = \int_a^b \sqrt{1 + y'^2(x)} dx .$$

Na temelju izraza (3) i (4) te izraza (7) mogu se napisati statički momenti za krivulju u ravnini:

$$(9) \quad M_x = \int_a^b y dc = \int_a^b y \sqrt{1 + y'^2(x)} dx$$

i

$$(10) \quad M_y = \int_a^b x dc = \int_a^b x \sqrt{1 + y'^2(x)} dx$$

i koordinate težišta

$$(11) \quad x_t = \frac{M_y}{c}$$

i

$$(12) \quad y_t = \frac{M_x}{c} .$$

## Optimalne količine proizvodnje

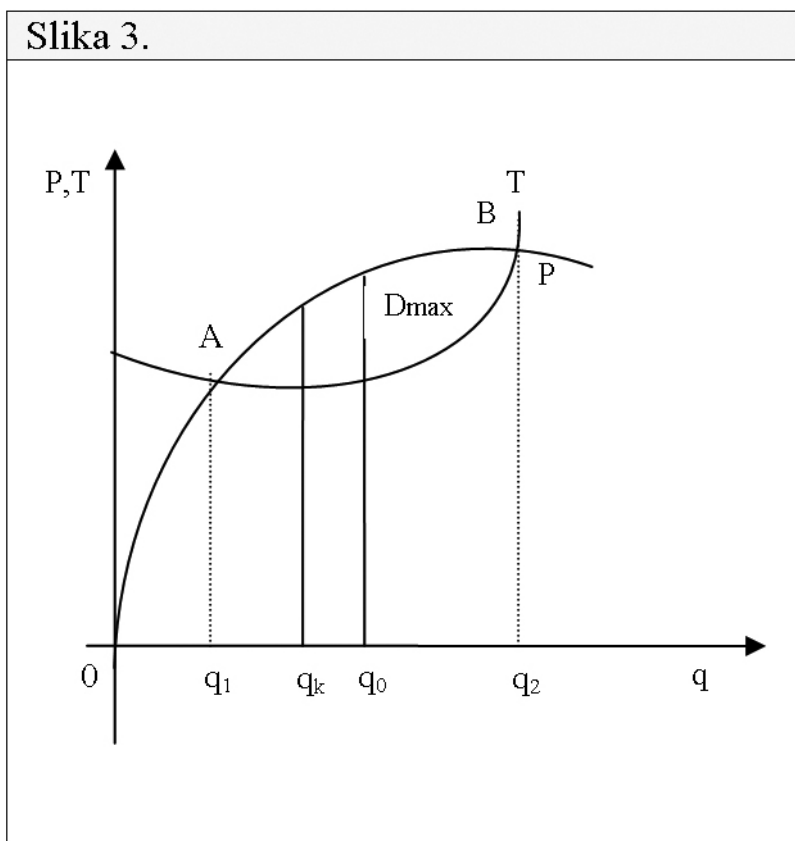
### Interval pozitivnog poslovanja

Tržišne cijene pojedinih proizvoda, godišnji prihodi poduzeća, veličina proizvodnje i drugo predstavljaju mjerljive ekonomske veličine.

Pojedine od tih veličina mogu međusobno biti ovisne. Tako promjena jedne ekonomske veličine može izazvati promjenu jedne ili više drugih gospodarskih veličina. Stoga se matematičke relacije između pojedinih gospodarskih veličina same po sebi nameću. Matematičke relacije, kao što su funkcije, igraju značajnu ulogu pri rješavanju važnih problema ekonomije poduzeća. Istovremenim promatranjem spomenutih relacija omogućava se definiranje intervala proizvodnje u kojem poduzeće ostvaruje dobitak s obzirom na količinu

proizvodnje i tržišnih cijena. Zbog toga se posebno obuhvaća odnos troškova i količine proizvodnje (korištenje kapaciteta), s jedne strane, i odgovarajućih prihoda (potražnje) koji se ostvaruju realizacijom proizvoda, s druge strane. Pri danim uvjetima može se optimalizirati količina proizvodnje tako da se stvori maksimalna dobit u poslovanju.

Ako se definiraju funkcija prihoda  $P = f(q)$  i funkcija troškova  $T = F(q)$ , tada se problem može prikazati grafički. Promatra se kretanje prihoda i troškova ovisno o proizvodnji (prodaji)<sup>7</sup> (vidi sliku 3.).



Izvor: samostalni rad

Prema slici 3. krivulje P i T sijeku se u točkama A i B, što znači da su prihodi jednaki troškovima za proizvodnju ( $q_1$  i  $q_2$ ). Za proizvodnju

<sup>7</sup> Funkcije P i T derivabilne su u intervalu promatranja ( $q_1$  i  $q_2$ ).

$q_k$  u intervalu ( $q_1$  i  $q_2$ ) prihodi su veći od troškova, tada poduzeće ostvaruje određenu dobit. Ako se sa  $D = P - T$  označi ukupna dobit poduzeća kao razlika između ukupnih prihoda i ukupnih troškova, onda je u promatranom intervalu proizvodnje  $D > 0$ . Izvan navedenog intervala ( $q_1$  i  $q_2$ ) dobit je negativna  $D < 0$ , što kazuje da su ukupni prihodi manji od ukupnih troškova. Granice intervala pozitivnog poslovanja definiraju se za proizvodnju za koju su prihodi jednaki troškovima, dakle

$$(13) \quad P = T$$

ili

$$(14) \quad f(q) = F(q).$$

Uvjeti optimalne proizvodnje, odnosno proizvodnje kojom se ostvaruje maksimalna dobit definiraju se ovako:

kako je

$$(15) \quad D = P - T$$

ili

$$(16) \quad D = f(q) - F(q),$$

maksimalna dobit određuje se iz uvjeta

$$(17) \quad D'_{(q=q_0)} = 0$$

i

$$(18) \quad D''_{(q=q_0)} < 0,$$

odnosno

$$(19) \quad P' - T' = 0$$

ili

$$(20) \quad P' = T'.$$

### Regresijski modeli veza

U gospodarskim ispitivanjima veoma se često pokazuje potreba povezivanja i mjerenja međuovisnosti između veličina u poslovanju, a posebno u analizi međuodnosa proizvodnje i tržišta. Za jednu



smišljenu poslovnu politiku ta su saznanja od veće važnosti. Tako se saznaje u kojoj se mjeri mijenja neka veličina kao rezultat promjene drugih veličina. Jedino tako mogu se donositi pravovaljane i racionalne poslovne odluke.

Ovdje se prikazuje izračun optimalne količine proizvodnje i tržišne cijene regresijskom analizom. U nastavku se daju vrijednosti za takvu analizu.

**Tablica 1. Prikaz kretanja rezultata poslovanja tvrtke za izradu aluminijskih prozora**

u kn

Količina proizvoda q	Ukupni troškovi T	Prodajna cijena p	Ukupni prihodi P
0	510300	7560	0
50	550600	7460	373000
200	960100	7240	1448000
300	1560300	6990	2097000
500	2200500	6620	3310000
800	3240000	6120	4944000
1600	12180000	4650	7440000
2000	19480000	3980	7960000

Izvor: Služba marketinga

Analizirane veze navode se u nastavku

Regresija 1

Zavisna = količina proizvodnje (q)

Nezavisna = prodajne cijene (p)

Regresija 2

Zavisna = ukupni troškovi poslovanja (T)

Nezavisna = količina proizvodnje (q)

Za analizu poslovanja poduzeća važno je utvrditi i oblik veza između veličina putem funkcija. Za izražavanje funkcionalnih odnosa i veza između količine proizvodnje i cijena (funkciju potražnje) koristi se ovaj oblik veza

$$(21) q = a + bp,$$

dok se za utvrđivanje funkcionalnih odnosa i veze između troškova poslovanja i količine proizvodnje koristi drugi oblik veza

$$(22) T = d + zq^2.$$

### Rezultati regresijske analize veza

Dobiveni rezultati regresijske analize u svom originalnom obliku pružaju sveobuhvatnu analizu odnosa i veza u pojedinom regresijskom modelu.

U nastavku se pokazuju izvorni regresijski outputi koristeći se podacima iz tablice 1.

#### Regresija 1

**Dependent variable (q)**

**Number of observations (8)**

The REG Procedure					
Model: MODEL 1					
Dependent Variable: F1 F1					
Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	3336635	3336635	6293.61	<.0001
Error	5	2650.81072	530.16214		
Corrected Total	6	3339286			

	Root MSE	23.02525	R-Square	0.9992	
	Dependent Mean	778.57143	Adj R-Sq	0.9990	
	Coeff Var	2.95737			

Parameter Estimates						
Variable	Label	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T Value	Pr >  t
Intercept	Intercept	1	4202.44041	44.02727	95.45	<.0001
F2	F2	1	-0.55571	0.00700	-79.33	<.0001

Izvor: Samostalni rad

## Regresija 2

**Dependent variable (T)**

**Number of observations (8)**

The REG Procedure					
Model: MODEL 1					
Dependent Variable: F4 F4					
Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	3.155624E14	3.155624E14	2179.20	<.0001
Error	5	7.24033E11	1.448066E11		
Corrected Total	6	3.162865E14			

	Root MSE	380535	R-Square	0.9977	
	Dependent Mean	5738786	Adj R-Sq	0.9973	
	Coeff Var	6.63093			

Parameter Estimates						
Variable	Label	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T Value	Pr >  t
Intercept	Intercept	1	740690	179304	4.13	0.0091
F3	F3	1	4.61413	0.09884	46.68	<.0001

Izvor: Samostalni rad

Ako se tako izračunate vrijednosti parametara regresije za a i b uvrste u funkciju (21),

dobiva se

$$(23) \quad q = 4202,440 - 0,5557 p .$$

Kada se izračunate vrijednosti parametara regresije za d i z uvrste u funkciju (22),

tada je

$$(24) \quad T = 740690 + 4,614q^2 .$$

Na osnovi prikazanih originalnih rezultata regresijske analize odnosa i veza između varijabli regresije potrebno je iznijeti najvažnije elemente regresijskog outputa:

- koeficijent determinacije ( $R^2$ )
- ispravljeni koeficijent determinacije  $R^{12}$
- Durbin-Watson pokazatelj ( $D - W$ )
- standardna greška regresije (SER).

Tako u regresiji 1. koeficijent determinacije ( $R^2$ ) iznosi 0,9992. To znači da je taj koeficijent blizu jedinice i tada se regresijska linija dobro prilagođuje opaženim podacima. To znači da se 99,92% promjene veličine proizvodnje (prodaje) može objasniti promjenama cijena, te da se samo 0,021% promjena proizvodnje (realizacije) ne može objasniti promjenama cijena. Da je prilagodba uspješna potvrđuje i ispravljeni koeficijent determinacije ( $R^{12}$ ) koji iznosi 0,9990 i bitno se ne razlikuje od koeficijenta determinacije. Prema tome, veza između tržišne cijene i količine proizvodnje (realizacije) izrazito je velika. I ostali se parametri mogu iščitati iz dane regresijske analize.

Regresija 2. odnosi se na ovisnost proizvodnje i troškova poslovanja. Koeficijent determinacije ( $R^2$ ) blizu je jedinice (0,9977) pa se može zaključiti da su promjene troškova poslovanja najvećim dijelom pod utjecajem promjena količina proizvodnje. Ispravljeni koeficijent determinacije 0,9973 ( $R^{12}$ ) bitno se ne razlikuje od koeficijenta determinacije, to dalje potvrđuje jake veze između troškova poslovanja i količina proizvodnje. Tada se i drugi parametri iščitavaju iz dane regresijske analize.

### **Kvantitativna analiza optimalne količine proizvodnje i tržišne cijene**

Za izračun optimalne količine proizvodnje (realizacije) u ovom se slučaju polazi od funkcije potražnje. Tom je linearnom funkcijom definiran odnos između količina proizvodnje (realizacije)  $q$  i cijene  $p$ . Ova funkcija potražnje ima sljedeći oblik

$$(25) \quad q = 4202,440 - 0,5557 p,$$

a inverzni je oblik ove funkcije

$$(26) \quad p = 7562,426 - 1,7995q .$$

Na temelju funkcije (26) te primjenom izraza (9) i (10) izračunavaju se statički momenti  $M_q$  i  $M_p$ ,

gdje je

$$(27) \quad M_q = \int_a^b p \sqrt{1 + p'^2(q)} dq$$

$$(28) \quad M_q = \int_a^b p \sqrt{1 + p'^2(q)} dq$$

$$(29) \quad M_q = \int_{107,799}^{1071,342} p \sqrt{1 + p'^2(q)} dq$$

$$(30) \quad M_q = \sqrt{4,238} \int_{107,799}^{1071,342} (7562,426 - 1,7995q) dq$$

$$() \quad M_p = 2,059 \int_{107,799}^{1071,342} 7562,426q - \frac{1,7995q^2}{2}$$

$$(31)$$

$$M_q = 2,059[(8101944,5 - 1032709,2) - (815221,96 - 10455,656)]$$

$$(32) \quad M_q = 2,059(6264469,00)$$

$$(33) \quad M_q = 12898541$$

i

$$(34) \quad M_p = \int_a^b q \sqrt{1 + p'^2(q)} dq$$

$$(35) \quad M_p = \int_{107,799}^{1071,342} q \sqrt{1 + 3,238dq}$$

$$(36) \quad M_p = \sqrt{4,238} \int_{107,799}^{1071,342} q dq$$

$$(37) M_p = 2,059 \left| \frac{q^2}{2} \right. \\ \left. \begin{array}{l} 1071,342 \\ 107,799 \end{array} \right.$$

$$(38) M_p = 2,059(573886,8 - 5810,312)$$

$$(39) M_p = 2,059(568076,49)$$

$$(40) M_p = 1169669,4.$$

Granice integracije utvrđuju se na temelju funkcije ukupnih troškova i funkcije ukupnih prihoda. Funkcija ukupnih prihoda izvedena je iz relacije (26) i glasi

$$(41) P = 7562,426q - 1,7995q^2.$$

Funkcija ukupnih troškova je

$$(42) T = 740690 + 4,614q^2.$$

Ako se izjednače prihodi i troškovi

$$7562,426q - 1,7995q^2 = 740690 + 4,614q^2,$$

rješavanjem

$$7562,426q - 1,7995q^2 - 740690 - 4,614q^2 = 0$$

dobiva se kvadratna jednadžba

$$(43) -6,4135q^2 + 7562,426q - 740690 = 0.$$

Rješenja te kvadratne jednadžbe jesu

$$(44) q_{1,2} = \frac{-7562,426 \pm \sqrt{57190287 - 19001661}}{-12,827}$$

$$(45) q_{1,2} = \frac{-7562,426 \pm 6179,695}{-12,827}$$

$$q_1 = 107,799 \text{ i } q_2 = 1071,342.$$

Tako su utvrđene donja i gornja granica pozitivnog poslovanja. To znači da poduzeće ostvaruje dobit ( $D > 0$ ) ukoliko proizvodnja nije manja od 107,799 i veća od 1071,342 jedinica proizvoda. Kada su utvrđene veličine statičkih momenata  $M_q$  i  $M_p$ , potrebno je izračunati i veličine koordinata težišta  $q_t$  i  $p_t$ . Za utvrđivanje koordinata težišta

treba izračunati duljinu  $c$  luka krivulje. Ona se izračunava pomoću izraza (8),

gdje je

$$(46) \quad c = \int_{107,799}^{1071,342} \sqrt{1 + 3,238 \cdot dq}$$

$$(47) \quad c = 2,059 \left| q \right|_{107,799}^{1071,342}$$

$$(48) \quad c = 2,059 \left| q \right|_{107,799}^{1071,342}$$

$$(49) \quad c = 2,059(1071,342 - 107,799)$$

$$(50) \quad c = 2,059(963,543)$$

pa je

$$(51) \quad c = 1983,935 .$$

Sada se mogu izračunati i koordinate težišta na temelju izraza (10) i (11).

Tada je

$$(52) \quad q_t = \frac{M_p}{c} = \frac{1169669,4}{1983,935}$$

$$(53) \quad q_t = 589,57$$

i

$$(54) \quad p_t = \frac{M_q}{c} = \frac{12898541,0}{1983,935}$$

$$(55) \quad p_t = 6501,49 .$$

Tako se kvantitativno utvrđuje optimalna količina proizvodnje ( $q_t$ ) i tržišna cijena ( $p_t$ ).

## Analiza maksimalne dobiti preko cijene

U namjeri da se dokažu prethodna izlaganja poslužit će postupak za utvrđivanje cijene za koju se ostvaruje maksimalna dobit.

Ako su poznate funkcija potražnje  $q = f(p)$  i funkcija troškova  $T = F(q)$ , onda se prihodi i troškovi mogu izraziti u funkciji cijene ( $p$ ),

gdje je

$$(56) \quad P = pf(p)$$

i

$$(57) \quad T = F[f(p)],$$

tada je dobit

$$(58) \quad D = (P - T) = pf(p) - F[f(p)].$$

Maksimalna dobit ostvaruje se za  $p = p_0$  kada su zadovoljeni sljedeći uvjeti:

$$(59) \quad (P' - T')|_{p = p_0} = 0$$

$$(60) \quad (P - T)''|_{p = p_0} < 0,$$

odnosno

$$(61) \quad f(p) + pf'(p) - F'f'(p) = 0$$

$$(62) \quad f(p) + f'(p)[p - F'] = 0$$

$$(63) \quad D''_{(p)} = [2 - F'f'_{(p)}]f'_{(p)} + f''_{(p)}[p - F'] < 0 \quad \text{za } p = p_0.$$

Ako se promatra prije dani primjer za funkciju potražnje

$$(64) \quad q = 4202,440 - 0,5557p$$

i funkciju troškova

$$(65) \quad T = 740690 + 4,614q^2,$$

onda se prihodi i troškovi mogu izraziti kao funkcija cijene ( $p$ ), pa je



$$(66) P = 4202,440p - 0,5557p^2$$

i

$$(67) T = 4,614(4202,440 - 0,5557p)^2 + 740690,$$

a odatle je dobit

$$(68)$$

$$D = 0,5557p^2 - 4,614(4202,440 - 0,5557p)^2 + 4202,440p - 740690$$

Prvi izvod D po p je

$$(69)$$

$$D' = -1,1114p - 9,228[(4202,440 - 0,5557p) \cdot (-0,5557)] + 4202,440$$

$$(70) D' = -1,1114p - 9,228(0,30880p - 2335,296) + 4202,440$$

$$(71) D' = -1,1114p - 2,8496p + 21550,1 + 4202,440$$

$$(72) D' = -3,9610p + 25752,5$$

$$(73) D'' = -3,9610.$$

Ako se stavi da je  $D' = 0$ , rješavanjem određuje se cijena  $p_0 = 6501,2$  kojom poduzeće ostvaruje maksimalnu dobit. Veličina proizvodnje (realizacije) za cijenu ( $p_0$ ) određuje se izravno iz funkcije potražnje, gdje je

$$(74) q = 4202,440 - 0,5557p.$$

Ako se u izraz (74) uvrsti cijena  $p_0 = 6501,52$

$$(75) q = 4202,440 - 0,5557 \cdot 6501,52$$

rješavanjem

$$(76) q = 4202,440 - 3612,895$$

dobiva se

$$q = 589,5 .$$

Takve rezultate analize optimalnih količina proizvodnje (realizacije) i odgovarajuću tržišnu cijenu utvrdilo se i metodom opisanom u prethodnom dijelu rada.<sup>8</sup>

## Zaključak

Izloženi matematički model u ovom radu izgrađen je u vidu funkcionalnih relacija. Tako je utvrđeno i prikazano nekoliko oblika matematičkih relacija. Pri tome su utvrđene funkcija ukupnih troškova i funkcija potražnje. Promatranjem njihovih odnosa dolazi se do rješenja brojnih problema u poslovanju. Tako je utvrđen interval proizvodnje (realizacije) u kome poduzeće uspješno posluje. Pritom je istovremeno utvrđena i optimalna količina proizvodnje (realizacije) kojom se ostvaruje maksimalna dobit. Time se neizravno analiziraju kako tehnološki tako i tržišni uvjeti poslovanja.

Stoga se te matematičke metode mogu koristiti u modeliranju proizvodno-tržišnih odnosa.

## Summary

The business and development of modern company is done under the same conditions of the world market globing and under the influence of high technology. The business problems in such complex relations are solved applying analytic (quantitative) methods and models. Their extensive use is made possible in order to measuring and functional connection of complex interrelations and connections in bussiness transaction.

The importance of mathematical methods and models is especially used as more recognized at the same time through understanding and connection of their complexed relations and correlations. They are especially distinguished through the phases of programming (projections) of business transaction. According to this establishment of functional relations and the connections is made possible between the business factor as well as their desirable choice. Their functional connection and coordination through more dimensions ( in time and

<sup>8</sup> Napomena: Razlike su u rezultatima minimalne, a pojavljuju se između jedne i druge metode zbog zaokruživanja decimala.

wider area) contribute to the balance of business transaction and the bigger results in process of decision. So the technology of management is led to the field of bigger effect and sufficient rationality.

The changes that occur in business of company take place fast and very often. According to this they can deeper influence on the field of activity in the relations of process concerning the business and they can at the same time disturb their balance. They can cause their bigger and smaller deviations from optimal state and the trend in business. It is necessary to establish and to connect quantitatively optimal interrelations in process of business in order to reach the balance and maximum profit. The modern mathematical methods and models are used in complete realization of the aims.

This work shows one of these mathematical methods. That method is based on the use of static moments and coordinates of gravity centre in rectangular coordinates. The other methods are used to figure out the optimal value in business. The method is based on analysis of maximum profit through the price.

## Literatura

Apsen, B. (1971), *Repetitorij više matematike*, II. dio, Tehnička knjiga, Zagreb.

Apsen, B. (1969), *Riješeni zadaci više matematike uz drugi dio repetitorija*, Tehnička knjiga, Zagreb.

Horngren, C.T.; Foster, G. (1991), *Cost Accounting A Managerial Emphasis*, Seventh Edition, Prentice - Hall International.

Ivanović, B. (1976), *Matematika za ekonomiste*, Naučna knjiga, Beograd.

Jelavić, A.; Ravlić, P.; Starčević, A.; Šumanović, J. (1995), *Ekonomika poduzeća*, Ekonomski fakultet Split, Split.

Martić, Lj. (1972), *Matematičke metode za ekonomske analize I.*, sv. 3., Narodne novine, Zagreb.

Sharpe, W. F. (1973), *Introduction to Managerial Economics*, Columbia University Press, New York and London.

Ward, R. N.; Hocking, A.; Maxwell, P.; Bonnici, J. (1989), *Economics*, Harper and Row Publishers, Sydney.